

Simplification d'équations logiques et Tableaux de Karnaugh :

I-Algèbre de Boole :

Equation :	Schéma avec des portes logiques :
$A + \bar{A} = 1$	
$A \cdot \bar{A} = 0$	
$\bar{\bar{A}} = A$	
$A + 0 = A$	
$A + 1 = 1$	
$A \cdot 0 = 0$	

$A.1=A$	
$A+A=A$	
$A.A=A$	

II-Théorème de De Morgan et tableau de Karnaugh :

A\Théorème de De Morgan :

Le théorème de De Morgan est la simplification d'une équation par le casement de sa « barre ». Il s'effectue en deux étapes :

- 1) On casse la barre pour la répartir sur l'ensemble des groupes de valeurs autour du signe central.
- 2) On remplace ce signe par son opposé. Les signes « ou » deviennent des « et » et vice-versa. Le Non Ou Exclusif (XNOR) est obligé de se simplifier dans sa forme $S=/(a./b+/a.b)$

Exemple :

$$\overline{A.B+C.D.E}=A.(B.C+D).E=\overline{A+(B+C.D)+E}$$

B\Tableau de Karnaugh:

Le tableau de Karnaugh est l'outil de simplification le plus efficace. Il fonctionne sous le principe du regroupement par groupe de multiplications successives par deux (2, 4, 8, 16, etc...). Les états indifférents (X) sont sélectionnés dans le tableau si cela peut nous arranger dans la simplification. Plus le regroupement va être gros, plus le résultat sera simplifié.

Afin de tirer l'équation de sortie d'un tableau de Karnaugh, on part d'un regroupement et on élimine les variables qui changent car elles sont donc inutiles. Il est impossible de faire des regroupements en diagonale.

REMARQUE : Le tableau de Karnaugh est pondéré, c'est-à-dire qu'une seule variable change par ligne.

Exemple :

Sortir de cette table de vérité une équation de sortie S directement, puis en passant par le tableau de Karnaugh :

A	B	C	D	S
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	1
1	1	1	1	0

$$S = (\overline{A} \cdot \overline{B} \cdot C \cdot D) + (\overline{A} \cdot B \cdot \overline{C} \cdot D) + (\overline{A} \cdot B \cdot C \cdot \overline{D}) + (\overline{A} \cdot B \cdot C \cdot D) + (A \cdot \overline{B} \cdot C \cdot D) + (A \cdot B \cdot \overline{C} \cdot D) + A \cdot B \cdot C \cdot \overline{D}$$

	$\overline{C} \cdot D$	$\overline{C} \cdot \overline{D}$	$C \cdot D$	$C \cdot \overline{D}$
$\overline{A} \cdot \overline{B}$	0	0	1	0
$\overline{A} \cdot B$	0	1	1	1
$A \cdot B$	1	0	0	1
$A \cdot \overline{B}$	0	0	1	0

$$S = (A \cdot B \cdot \overline{D}) + (\overline{A} \cdot B \cdot D) + (\overline{B} \cdot C \cdot D) + (B \cdot C \cdot \overline{D})$$